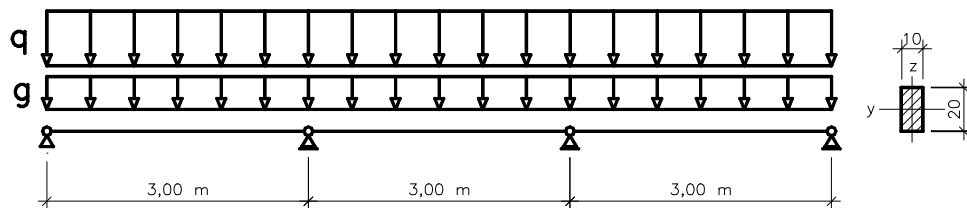


HO7 – Beispiel 1: Durchlaufträger über drei Felder nach DIN 1052:2008

System



Lasten: $g_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$ (ständige Last)
 $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$ (Nutzlast Kategorie D2)

Balkenabstand $e = 0,80 \text{ m}$

Nutzungsklasse 2

Material C24

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$g_d = \gamma_G \cdot g_k \cdot e = 1,35 \cdot 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 2,16 \text{ kN/m}$$

$$q_d = \gamma_Q \cdot q_k \cdot e = 1,50 \cdot 5,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,80 \text{ m} = 6,00 \text{ kN/m}$$

Bemessungsmaßgebende Schnittgrößen

Maximales Feldmoment Feld 1

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld1}} &= 0,080 \cdot g_d \cdot l^2 + 0,101 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= 0,080 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,101 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= 1,56 + 5,45 = 7,01 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Maximales Feldmoment Feld 2

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Feld2}} &= 0,025 \cdot g_d \cdot l^2 + 0,075 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= 0,025 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 + 0,075 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= 0,49 + 4,05 = 4,54 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Minimales Stützmoment

$$\begin{aligned} M_{d,\text{Stütz}} &= -0,100 \cdot g_d \cdot l^2 - 0,117 \cdot q_d \cdot l^2 \\ &= -0,100 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 - 0,117 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^2 \\ &= -1,94 - 6,32 = -8,26 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Nach DIN 1052, 8.1 (6) ist eine Umlagerung von maximal 10% zulässig:

$$\max |M_d| = 0,90 \cdot |M_{d,\text{Stütz}}| = 0,90 \cdot 8,26 \text{ kNm} = 7,44 \text{ kNm}$$

Maximale Querkraft

$$\begin{aligned}
 V_d &= -0,600 \cdot g_d \cdot l - 0,617 \cdot q_d \cdot l \\
 &= -0,600 \cdot 2,16 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} - 0,617 \cdot 6,00 \text{ kN/m} \cdot 3,00 \text{ m} \\
 &= -3,89 - 11,11 = -15,00 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Maßgebende Querkraft im Abstand h vom Auflager:

$$\begin{aligned}
 \max |V_d| &= |-15,00 \text{ kN} + (2,16 \text{ kN/m} + 6,00 \text{ kN/m}) \cdot 0,20 \text{ m}| \\
 &= |-15,00 \text{ kN} + 1,63 \text{ kN}| = 13,37 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Querschnittswerte

$$\begin{aligned}
 A &= b \cdot d = 10 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^2 \\
 W_y &= \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 667 \text{ cm}^3 \\
 I_y &= \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{10 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 6667 \text{ cm}^4 \\
 I_z &= \frac{b^3 \cdot d}{12} = \frac{(10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm}}{12} = 1667 \text{ cm}^4 \\
 I_t &= \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0,229 \cdot (10 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 4580 \text{ cm}^4
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\begin{aligned}
 \sigma_{m,d} &= \frac{\max M_d}{W_y} = \frac{7,44 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{667 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 11,15 \text{ MN/m}^2 \\
 \tau_d &= 1,5 \cdot \frac{\max V_d}{A} = 1,5 \cdot \frac{13,37 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,00 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsgruppe 2 und „mittlere“ Lasteinwirkungsdauer: $k_{mod} = 0,8$

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{0,8}{1,3} \cdot 24 \text{ MN/m}^2 = 14,77 \text{ MN/m}^2$$

Bei Biegestäben aus Nadelholz dürfen die Bemessungswerte der Schubfestigkeit in Bereichen, die mindestens 1,50 m vom Hirnholzende des Holzes entfernt liegen, um 30 % erhöht werden (DIN 1052, 10.2.9 (4)):

$$f_{v,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot (1,3 \cdot f_{v,k}) = \frac{0,8}{1,3} \cdot (1,3 \cdot 2,0 \text{ MN/m}^2) = 1,60 \text{ MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$\begin{aligned}
 E_{0,05} &= 2/3 \cdot E_{0,mean} = 2/3 \cdot 11000 \text{ MN/m}^2 = 7333 \text{ MN/m}^2 \\
 G_{05} &= 2/3 \cdot G_{mean} = 2/3 \cdot 690 \text{ MN/m}^2 = 460 \text{ MN/m}^2
 \end{aligned}$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{1667 \text{ cm}^4 \cdot 4580 \text{ cm}^4}}{667 \text{ cm}^3} = 4,14 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{I_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{300 \text{ cm}}{\pi \cdot 4,14 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 7333 \text{ MN/m}^2 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}}} = 0,50 < 0,75$$

$$k_m = 1,0$$

Nachweise

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_m \cdot f_{m,d}} = \frac{11,15 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 14,77 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,75 < 1}}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,00 \text{ MN/m}^2}{1,60 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,63 < 1}}$$

Nachweise der Gebrauchstauglichkeit

Anfangsverformung

$$w_{G,\text{inst}} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,688 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1,60 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,12 \text{ cm}$$

$$w_{Q,\text{inst}} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,992 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4,00 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,00 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 6667 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 0,44 \text{ cm}$$

Endverformung

$$w_{G,\text{fin}} = w_{G,\text{inst}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 0,12 \cdot (1 + 0,8) = 0,22 \text{ cm}$$

Seltene Einwirkungskombination:

$$w_{Q,1,\text{fin}} = w_{Q,1,\text{inst}} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{\text{def}}) = 0,44 \text{ cm} \cdot (1 + 0,6 \cdot 0,8) = 0,65 \text{ cm}$$

Quasi-ständige Einwirkungskombination:

$$w_{Q,1,\text{fin}} = \psi_{2,1} \cdot w_{Q,1,\text{inst}} \cdot (1 + k_{\text{def}}) = 0,6 \cdot 0,44 \text{ cm} \cdot (1 + 0,8) = 0,47 \text{ cm}$$

Nachweise

Seltene Einwirkungskombination:

$$w_{Q,\text{inst}} = 0,44 \text{ cm} \leq 1,00 \text{ cm} = l/300)$$

$$w_{\text{fin}} - w_{G,\text{inst}} = (0,22 \text{ cm} + 0,65 \text{ cm}) - 0,12 \text{ cm} = 0,75 \text{ cm} \leq 1,50 \text{ cm} = l/200)$$

Quasi-ständige Einwirkungskombination:

$$w_{\text{fin}} - w_0 = (0,22 \text{ cm} + 0,47 \text{ cm}) - 0 \text{ cm} = 0,69 \text{ cm} \leq 1,50 \text{ cm} = l/200)$$

Schwingungsnachweis nach DIN 1052, 9.3

$$W_{G,inst} + \psi_2 \cdot w_{Q,inst} = 0,12 \text{ cm} + 0,6 \cdot 0,44 \text{ mm} = 0,38 \text{ cm} \leq 0,6 \text{ cm}$$