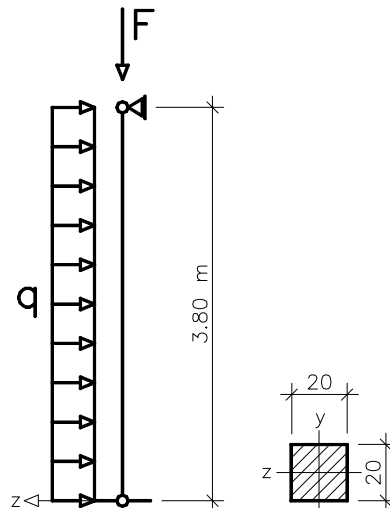


## HO1 – Beispiel 2: Stütze mit Biegung und Druck nach DIN 1052:2008

### System



Lasten:  $F_{G,k} = 28 \text{ kN}$  (ständige Last)  
 $F_{S,k} = 44 \text{ kN}$  (Schnee < 1000 m ü. N.N.)  
 $q_k = 5,6 \text{ kN/m}$  (Wind)

Nutzungsklasse 2

Material C 24

### Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

#### Bemessungswerte der Einwirkungen

Maßgebende Lastfallkombination: ständige Last + Wind +  $\psi_2 \cdot$  Schnee

$$N_{G,d} = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \psi_2 \cdot \gamma_Q \cdot F_{S,k} = 1,35 \cdot 28 \text{ kN} + 0,5 \cdot 1,50 \cdot 44 \text{ kN} = 70,80 \text{ kN}$$

$$M_{y,d} = \gamma_Q \cdot \frac{q_k \cdot h^2}{8} = 1,50 \cdot \frac{5,60 \text{ kN/m} \cdot (3,80 \text{ m})^2}{8} = 15,16 \text{ kNm}$$

$$V_{z,d} = \gamma_Q \cdot \frac{q_k \cdot h}{2} = 1,50 \cdot \frac{5,60 \text{ kN/m} \cdot 3,80 \text{ m}}{2} = 15,96 \text{ kN}$$

#### Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$

$$W_y = W_z = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 1333 \text{ cm}^3$$

$$I_y = I_z = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 13333 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0,140 \cdot (20 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 22400 \text{ cm}^4$$

### Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{70,8 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,77 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_y} = \frac{15,16 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{1333 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 11,37 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau_{z,d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{z,d}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{15,96 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,60 \text{ MN/m}^2$$

### Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 2 und „kurze“ Lasteinwirkungsdauer:  $k_{\text{mod}} = 0,9$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 21 \text{ MN/m}^2 = 14,54 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 24 \text{ MN/m}^2 = 16,62 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 2,0 \text{ MN/m}^2 = 1,38 \text{ MN/m}^2$$

### Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{13333 \text{ cm}^4}{400 \text{ cm}^2}} = 5,77 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{l_{\text{ef},y}}{i_y} = \frac{380 \text{ cm}}{5,77 \text{ cm}} = 65,8$$

$$E_{0,05} = 2/3 \cdot E_{0,\text{mean}} = 2/3 \cdot 11000 \text{ MN/m}^2 = 7333 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{05} = 2/3 \cdot G_{\text{mean}} = 2/3 \cdot 690 \text{ MN/m}^2 = 460 \text{ MN/m}^2$$

$$\lambda_{\text{rel},c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{65,8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,0 \text{ MN/m}^2}{7333 \text{ MN/m}^2}} = 1,121$$

$$k = 0,5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},c} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},c}^2\right) = 0,5 \cdot \left(1 + 0,2 \cdot (1,121 - 0,3) + 1,121^2\right) = 1,211$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel},c}^2}} = \frac{1}{1,211 + \sqrt{1,211^2 - 1,121^2}} = 0,600$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{13333 \text{ cm}^4 \cdot 22400 \text{ cm}^4}}{1333 \text{ cm}^3} = 12,96 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{rel},m} &= \sqrt{\frac{l_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}} \\ &= \sqrt{\frac{380 \text{ cm}}{\pi \cdot 12,96 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 7333 \text{ MN/m}^2 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}}} = 0,32 < 0,75 \end{aligned}$$

$$k_m = 1,0$$

### Nachweise

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m \cdot f_{m,y,d}} = \frac{1,77 \text{ MN/m}^2}{0,60 \cdot 14,54 \text{ MN/m}^2} + \frac{11,37 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 16,62 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 0,20 + 0,68 = \underline{\underline{0,88 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_m} \cdot \frac{f_{c,0,d}}{f_{m,y,d}} = \frac{1,71 \text{ MN/m}^2}{0,60} + \frac{11,37 \text{ MN/m}^2}{1,0} \cdot \frac{14,54 \text{ MN/m}^2}{16,62 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 12,90 \text{ MN/m}^2 < 14,54 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{\tau_{z,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,60 \text{ MN/m}^2}{1,38 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,43 < 1}}$$

### Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

#### Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination:

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} + \psi_2 \cdot F_{S,k} = 1,0 \cdot 28 \text{ kN} + 0 \cdot 44 \text{ kN} = 28 \text{ kN}$$

$$M_{y,d,fi} = \psi_1 \cdot M_{y,k} = 0,50 \cdot \frac{5,6 \text{ kN/m} \cdot (3,80 \text{ m})^2}{8} = 5,05 \text{ kNm}$$

#### Querschnittswerte

$$d(t_f) = \beta_N \cdot t_f = 0,8 \text{ mm/min} \cdot 30 \text{ min} = 24 \text{ mm}$$

$$b_r = 20 \text{ cm} - 2 \cdot 2,4 \text{ cm} = 15,2 \text{ cm}$$

$$d_r = 20 \text{ cm} - 2 \cdot 2,4 \text{ cm} = 15,2 \text{ cm}$$

$$U_r = 4 \cdot 15,2 \text{ cm} = 60,8 \text{ cm} = 60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$A_r = 15,2 \text{ cm} \cdot 15,2 \text{ cm} = 231 \text{ cm}^2 = 231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$W_{y,r} = W_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^2}{6} = \frac{15,2 \text{ cm} \cdot (15,2 \text{ cm})^2}{6} = 585 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,r} = I_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^3}{12} = \frac{15,2 \text{ cm} \cdot (15,2 \text{ cm})^3}{12} = 4448 \text{ cm}^4$$

$$I_{t,r} = \alpha \cdot b_r^3 \cdot d_r = 0,14 \cdot (15,2 \text{ cm})^3 \cdot 15,2 \text{ cm} = 7473 \text{ cm}^4$$

#### Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

Da der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswertes der Gesamlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens durch eine Abminderung der Steifigkeit zu berücksichtigen.

$$k_{\text{mod},c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,789$$

$$k_{\text{mod},m,fi} = 1 - \frac{1}{225} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,883$$

$$k_{\text{mod,E/G,fi}} = 1 - \frac{1}{333} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,921$$

$$k_{\text{fi}} = 1,25$$

$$\gamma_{\text{M,fi}} = 1,0$$

$$f_{\text{c,0,d,fi}} = k_{\text{mod,c,fi}} \cdot k_{\text{fi}} \cdot \frac{f_{\text{c,0,k}}}{\gamma_{\text{M,fi}}} = 0,789 \cdot 1,25 \cdot \frac{21,0 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 20,72 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{\text{m,y,d,fi}} = k_{\text{mod,m,fi}} \cdot k_{\text{fi}} \cdot \frac{f_{\text{m,k}}}{\gamma_{\text{M,fi}}} = 0,883 \cdot 1,25 \cdot \frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 26,49 \text{ MN/m}^2$$

$$E_{\text{d,fi}} = k_{\text{mod,E,fi}} \cdot k_{\text{fi}} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{\text{M,fi}}} = 0,921 \cdot 1,25 \cdot \frac{7333 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 8442 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{\text{d,fi}} = k_{\text{mod,G,fi}} \cdot k_{\text{fi}} \cdot \frac{G_{05}}{\gamma_{\text{M,fi}}} = 0,921 \cdot 1,25 \cdot \frac{2/3 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 353 \text{ MN/m}^2$$

### Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{\text{c,0,d,fi}} = \frac{N_{\text{d,fi}}}{A_r} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,21 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{\text{m,y,d,fi}} = \frac{M_{\text{y,d,fi}}}{W_r} = \frac{5,05 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{585 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 8,63 \text{ MN/m}^2$$

### Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_{\text{y,r}} = \sqrt{\frac{I_{\text{y,r}}}{A_r}} = \sqrt{\frac{4448 \text{ cm}^4}{231 \text{ cm}^2}} = 4,39 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{y,r}} = \frac{l_{\text{ef,y}}}{i_{\text{y,r}}} = \frac{380 \text{ cm}}{4,39 \text{ cm}} = 86,6$$

$$\lambda_{\text{rel,c}} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{\text{c,0,d,fi}}}{\left(\frac{E_{\text{d,fi}}}{1 + k_{\text{def}}}\right)}} = \frac{86,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{20,72 \text{ MN/m}^2}{\left(\frac{8442 \text{ MN/m}^2}{1,8}\right)}} = 1,832$$

$$k = 0,5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel,c}} - 0,3) + \lambda_{\text{rel,c}}^2\right) = 0,5 \cdot \left(1 + 0,2 \cdot (1,832 - 0,3) + 1,832^2\right) = 2,332$$

$$k_{\text{c,fi}} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel,c}}^2}} = \frac{1}{2,332 + \sqrt{2,332^2 - 1,832^2}} = 0,265$$

$$i_{\text{m,r}} = \frac{\sqrt{I_{\text{z,r}} \cdot I_{\text{t,r}}}}{W_{\text{y,r}}} = \frac{\sqrt{4448 \text{ cm}^4 \cdot 7473 \text{ cm}^4}}{585 \text{ cm}^3} = 9,86 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel,m}} = \sqrt{\frac{l_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_{\text{m}}}} \cdot \sqrt{\frac{f_{\text{m,y,d,fi}}}{\sqrt{E_{\text{d,fi}} \cdot G_{\text{d,fi}}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380 \text{ cm}}{\pi \cdot 9,86 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{26,49 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 8442 \text{ MN/m}^2 \cdot 353 \text{ MN/m}^2}}} = 0,40 < 0,75$$

$$k_{\text{m,fi}} = 1,0$$

### Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,21 \text{ MN/m}^2}{0,265 \cdot 20,72 \text{ MN/m}^2} + \frac{8,63 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 26,49 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 0,22 + 0,33 = \underline{\underline{0,55 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi}} + \frac{\sigma_{m,y,d,fi}}{k_{m,fi}} \cdot \frac{f_{c,0,d,fi}}{f_{m,y,d,fi}} = \frac{1,21 \text{ MN/m}^2}{0,265} + \frac{8,63 \text{ MN/m}^2}{1,0} \cdot \frac{20,72 \text{ MN/m}^2}{26,49 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 11,32 \text{ MN/m}^2 < 20,72 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{\alpha_Q \cdot b \cdot h}{1,5 \cdot b(t_f) \cdot h(t_f)} = \frac{0,43 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}}{1,5 \cdot 15,2 \text{ cm} \cdot 15,2 \text{ cm}} = \underline{\underline{0,50 < 1}}$$

### Nachweise der Tragfähigkeit der Schwelle

#### Bemessungswerte der Einwirkungen

Maßgebende Lastfallkombination: ständige Last + Schnee

$$N_d = \gamma_G \cdot F_{G,k} + \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 1,35 \cdot 28 \text{ kN} + 1,50 \cdot 44 \text{ kN} = 103,8 \text{ kN}$$

#### Querschnittswerte

$$A_{ef} = 20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \text{ cm}) = 520 \text{ cm}^2$$

#### Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{N_d}{A_{ef}} = \frac{103,8 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{520 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 2,00 \text{ MN/m}^2$$

#### Bemessungswerte der Festigkeiten

$$f_{c,90,d} = \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot f_{c,90,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 2,5 \text{ MN/m}^2 = 1,73 \text{ MN/m}^2$$

#### Querdruckbeiwert

Annahme: Weitere Lastenleitungen in ausreichendem Abstand.

$$k_{c,90} = 1,25$$

### Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,90,d}}{k_{c,90} \cdot f_{c,90,d}} = \frac{2,00 \text{ MN/m}^2}{1,25 \cdot 1,73 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,92 < 1}}$$

### Nachweise der Gebrauchstauglichkeit

#### Anfangsverformung

$$w_{G,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = 0,0 \text{ cm}$$

$$w_{Q,inst} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{5,60 \cdot 10^{-3} \text{ MN/m} \cdot (3,80 \text{ m})^4}{11000 \text{ MN/m}^2 \cdot 13333 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4} = 1,04 \text{ cm}$$

### Endverformung

$$w_{G,fin} = w_{G,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 0,0 \cdot (1 + 0,8) = 0,0 \text{ cm}$$

seltene Lastkombination:

$$w_{Q,1,fin} = w_{Q,1,inst} \cdot (1 + \psi_{2,1} \cdot k_{def}) = 1,04 \text{ cm} \cdot (1 + 0 \cdot 0,8) = 1,04 \text{ cm}$$

quasi-ständige Lastkombination:

$$w_{Q,1,fin} = \psi_{2,1} \cdot w_{Q,1,inst} \cdot (1 + k_{def}) = 0 \cdot 1,04 \text{ cm} \cdot (1 + 0,8) = 0 \text{ cm}$$

### Nachweise

$$w_{Q,inst} = 1,04 \text{ cm} \leq 1,27 \text{ cm} = l/300 \quad (1,04 \text{ cm}/1,27 \text{ cm} = 0,82)$$

$$w_{fin} - w_{G,inst} = 1,04 \text{ cm} \leq 1,90 \text{ cm} = l/200 \quad (1,04 \text{ cm}/1,90 \text{ cm} = 0,55)$$

$$w_{fin} - w_0 = 0 \text{ cm} \leq 1,90 \text{ cm} = l/200 \quad (0,0 \text{ cm}/1,90 \text{ cm} = 0,0)$$