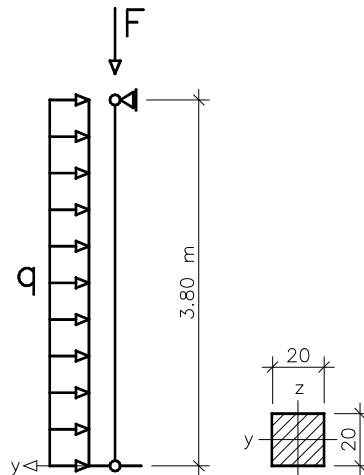


HO11 – Beispiel 2: Pendelstütze mit Biegung und Druck nach DIN 1052:2008

System



Lasten: $F_{G,k} = 44 \text{ kN}$ (ständige Last)

$q_k = 5,6 \text{ kN/m}$ (Wind)

Nutzungsklasse 2

Material C 24

Charakteristische Werte der Einwirkungen

$$N_k = F_{G,k} = 44 \text{ kN}$$

$$M_{z,k} = \frac{q_k \cdot h^2}{8} = \frac{5,60 \text{ kN/m} \cdot (3,80 \text{ m})^2}{8} = 10,11 \text{ kNm}$$

$$V_{y,k} = \frac{q_k \cdot h}{2} = \frac{5,60 \text{ kN/m} \cdot 3,80 \text{ m}}{2} = 10,64 \text{ kN}$$

Nachweise der Tragfähigkeit unter Normaltemperatur

Bemessungswerte der Einwirkungen

$$N_d = \gamma_G \cdot N_k = 1,35 \cdot 44 \text{ kN} = 59,4 \text{ kN}$$

$$M_{z,d} = \gamma_Q \cdot M_{z,k} = 1,50 \cdot 10,11 \text{ kNm} = 15,16 \text{ kNm}$$

$$V_{y,d} = \gamma_Q \cdot V_{y,k} = 1,50 \cdot 10,64 \text{ kN} = 15,96 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A = b \cdot d = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$$

$$W_y = W_z = \frac{b \cdot d^2}{6} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^2}{6} = 1333 \text{ cm}^3$$

$$I_y = I_z = \frac{b \cdot d^3}{12} = \frac{20 \text{ cm} \cdot (20 \text{ cm})^3}{12} = 13333 \text{ cm}^4$$

$$I_t = \alpha \cdot b^3 \cdot d = 0,14 \cdot (20 \text{ cm})^3 \cdot 20 \text{ cm} = 22400 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_d}{A} = \frac{59,4 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,49 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_z} = \frac{15,16 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{1333 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 11,37 \text{ MN/m}^2$$

$$\tau_{y,d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{y,d}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{15,96 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,60 \text{ MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Festigkeiten

Nutzungsklasse 2 und „kurze“ Lasteinwirkungsdauer: $k_{\text{mod}} = 0,9$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{c,0,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 21 \text{ MN/m}^2 = 14,54 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{m,z,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 24 \text{ MN/m}^2 = 16,62 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{v,d} = \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot f_{v,k} = \frac{0,9}{1,3} \cdot 2,0 \text{ MN/m}^2 = 1,38 \text{ MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_y = i_z = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{13333 \text{ cm}^4}{400 \text{ cm}^2}} = 5,77 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{l_{\text{ef},y}}{i_y} = \frac{380 \text{ cm}}{5,77 \text{ cm}} = 65,8$$

$$E_{0,05} = 2/3 \cdot E_{0,\text{mean}} = 2/3 \cdot 11000 \text{ MN/m}^2 = 7333 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{05} = 2/3 \cdot G_{\text{mean}} = 2/3 \cdot 690 \text{ MN/m}^2 = 460 \text{ MN/m}^2$$

Da der Bemessungswert des ständigen Lastanteils 70 % des Bemessungswertes der Gesamtlast überschreitet, ist der Einfluss des Kriechens durch eine Abminderung der Steifigkeit zu berücksichtigen.

$$\lambda_{\text{rel},c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\left(\frac{E_{0,05}}{1+k_{\text{def}}}\right)}} = \frac{65,8}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{21,0 \text{ MN/m}^2}{\left(\frac{7333 \text{ MN/m}^2}{1,8}\right)}} = 1,504$$

$$k = 0,5 \cdot \left(1 + \beta_c \cdot (\lambda_{\text{rel},c} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},c}^2\right) = 0,5 \cdot \left(1 + 0,2 \cdot (1,504 - 0,3) + 1,504^2\right) = 1,752$$

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{\text{rel},c}^2}} = \frac{1}{1,752 + \sqrt{1,752^2 - 1,504^2}} = 0,377$$

$$i_m = \frac{\sqrt{I_z \cdot I_t}}{W_y} = \frac{\sqrt{13333 \text{ cm}^4 \cdot 22400 \text{ cm}^4}}{1333 \text{ cm}^3} = 12,96 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{I_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sqrt{E_{0,05} \cdot G_{05}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380 \text{ cm}}{\pi \cdot 12,96 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 7333 \text{ MN/m}^2 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}}} = 0,32 < 0,75$$

$$k_m = 1,0$$

Nachweise

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_m \cdot f_{m,z,d}} = \frac{1,49 \text{ MN/m}^2}{0,377 \cdot 14,54 \text{ MN/m}^2} + \frac{11,37 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 16,62 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 0,27 + 0,68 = \underline{\underline{0,95 < 1}}$$

Oder umgestellt:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_c} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{k_m} \cdot \frac{f_{c,0,d}}{f_{m,z,d}} = \frac{1,49 \text{ MN/m}^2}{0,377} + \frac{11,37 \text{ MN/m}^2}{1,0} \cdot \frac{14,54 \text{ MN/m}^2}{16,62 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 13,90 \text{ MN/m}^2 < 14,54 \text{ MN/m}^2$$

$$\frac{\tau_{y,d}}{f_{v,d}} = \frac{0,60 \text{ MN/m}^2}{1,38 \text{ MN/m}^2} = \underline{\underline{0,43 < 1}}$$

Nachweise der Tragfähigkeit im Brandfall

Bemessungswerte der Einwirkungen

Außergewöhnliche Lastfallkombination:

$$N_{d,fi} = \gamma_{GA} \cdot F_{G,k} = 1,0 \cdot 44 \text{ kN} = 44 \text{ kN}$$

$$M_{z,d,fi} = \psi_1 \cdot M_{z,k} = 0,50 \cdot \frac{5,6 \text{ kN/m} \cdot (3,80 \text{ m})^2}{8} = 5,05 \text{ kNm}$$

Querschnittswerte

$$d(t_f) = \beta_N \cdot t_f = 0,8 \text{ mm/min} \cdot 30 \text{ min} = 24 \text{ mm}$$

$$b_r = 20 \text{ cm} - 2 \cdot 2,4 \text{ cm} = 15,2 \text{ cm}$$

$$d_r = 20 \text{ cm} - 2 \cdot 2,4 \text{ cm} = 15,2 \text{ cm}$$

$$U_r = 4 \cdot 15,2 \text{ cm} = 60,8 \text{ cm} = 60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$A_r = 15,2 \text{ cm} \cdot 15,2 \text{ cm} = 231 \text{ cm}^2 = 231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$W_{y,r} = W_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^2}{6} = \frac{15,2 \text{ cm} \cdot (15,2 \text{ cm})^2}{6} = 585 \text{ cm}^4$$

$$I_{y,r} = I_{z,r} = \frac{b_r \cdot d_r^3}{12} = \frac{15,2 \text{ cm} \cdot (15,2 \text{ cm})^3}{12} = 4448 \text{ cm}^4$$

$$I_{t,r} = \alpha \cdot b_r^3 \cdot d_r = 0,14 \cdot (15,2 \text{ cm})^3 \cdot 15,2 \text{ cm} = 7473 \text{ cm}^4$$

Bemessungswerte der Festigkeiten und Steifigkeiten

$$k_{\text{mod},c,fi} = 1 - \frac{1}{125} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,789$$

$$k_{\text{mod},m,fi} = 1 - \frac{1}{225} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,883$$

$$k_{\text{mod},E/G,fi} = 1 - \frac{1}{333} \cdot \frac{60,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 0,921$$

$$k_{fi} = 1,25$$

$$\gamma_{M,fi} = 1,0$$

$$f_{c,0,d,fi} = k_{\text{mod},c,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0,789 \cdot 1,25 \cdot \frac{21,0 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 20,72 \text{ MN/m}^2$$

$$f_{m,d,fi} = k_{\text{mod},m,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_{M,fi}} = 0,883 \cdot 1,25 \cdot \frac{24,0 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 26,49 \text{ MN/m}^2$$

$$E_{d,fi} = k_{\text{mod},E,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{E_{0,05}}{\gamma_{M,fi}} = 0,921 \cdot 1,25 \cdot \frac{7333 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 8442 \text{ MN/m}^2$$

$$G_{d,fi} = k_{\text{mod},G,fi} \cdot k_{fi} \cdot \frac{G_{05}}{\gamma_{M,fi}} = 0,921 \cdot 1,25 \cdot \frac{2/3 \cdot 460 \text{ MN/m}^2}{1,0} = 353 \text{ MN/m}^2$$

Bemessungswerte der Beanspruchungen

$$\sigma_{c,0,d,fi} = \frac{N_{d,fi}}{A_r} = \frac{44 \cdot 10^{-3} \text{ MN}}{231 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 1,90 \text{ MN/m}^2$$

$$\sigma_{m,z,d,fi} = \frac{M_{z,d,fi}}{W_r} = \frac{5,05 \cdot 10^{-3} \text{ MNm}}{585 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 8,63 \text{ MN/m}^2$$

Beiwerte des Ersatzstabverfahren

$$i_{y,r} = \sqrt{\frac{I_{y,r}}{A_r}} = \sqrt{\frac{4448 \text{ cm}^4}{231 \text{ cm}^2}} = 4,39 \text{ cm}$$

$$\lambda_{y,r} = \frac{l_{ef,y}}{i_{y,r}} = \frac{380 \text{ cm}}{4,39 \text{ cm}} = 86,6$$

$$\lambda_{rel,c} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,d,fi}}{\left(\frac{E_{d,fi}}{1+k_{def}}\right)}} = \frac{86,6}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{20,72 \text{ MN/m}^2}{\left(\frac{8442 \text{ MN/m}^2}{1,8}\right)}} = 1,832$$

$$k = 0,5 \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,c} - 0,3) + \lambda_{rel,c}^2) = 0,5 \cdot (1 + 0,2 \cdot (1,832 - 0,3) + 1,832^2) = 2,331$$

$$k_{c,fi} = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel,c}^2}} = \frac{1}{2,331 + \sqrt{2,331^2 - 1,832^2}} = 0,265$$

$$i_{m,r} = \frac{\sqrt{I_{z,r} \cdot I_{t,r}}}{W_{y,r}} = \frac{\sqrt{4448 \text{ cm}^4 \cdot 7473 \text{ cm}^4}}{585 \text{ cm}^3} = 9,86 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{l_{\text{ef}}}{\pi \cdot i_m}} \cdot \sqrt{\frac{f_{m,d,fi}}{\sqrt{E_{d,fi} \cdot G_{d,fi}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{380 \text{ cm}}{\pi \cdot 9,86 \text{ cm}}} \cdot \sqrt{\frac{26,49 \text{ MN/m}^2}{\sqrt{1,4 \cdot 8442 \text{ MN/m}^2 \cdot 353 \text{ MN/m}^2}}} = 0,40 < 0,75$$

$$k_{m,fi} = 1,0$$

Nachweis

$$\frac{\sigma_{c,0,d,fi}}{k_{c,fi} \cdot f_{c,0,d,fi}} + \frac{\sigma_{m,z,d,fi}}{k_{m,fi} \cdot f_{m,z,d,fi}} = \frac{1,90 \text{ MN/m}^2}{0,265 \cdot 20,72 \text{ MN/m}^2} + \frac{8,63 \text{ MN/m}^2}{1,0 \cdot 26,49 \text{ MN/m}^2}$$

$$= 0,35 + 0,32 = \underline{\underline{0,67 < 1}}$$

$$\frac{\alpha_Q \cdot b \cdot h}{1,5 \cdot b(t_f) \cdot h(t_f)} = \frac{0,43 \cdot 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm}}{1,5 \cdot 15,2 \text{ cm} \cdot 15,2 \text{ cm}} = \underline{\underline{0,50 < 1}}$$